

2010 年度 北海道大学 後期理系第 3 問

1 辺の長さが a の正三角形 D_0 から出発して, 多角形 $D_1, D_2, \dots, D_n, \dots$ を次のように定める.

(i) AB を D_{n-1} の 1 辺とする. 辺 AB を 3 等分し, その分点を A に近い方から P, Q とする.

(ii) PQ を 1 辺とする正三角形 PQR を D_{n-1} の外側に作る.

(iii) 辺 AB を折線 $APRQB$ で置き換える.

D_{n-1} のすべての辺に対して (i)~(iii) の操作を行って得られる多角形を D_n とする.

以下の問いに答えよ.

(1) D_n の周の長さ L_n を a と n で表せ.

(2) D_n の面積 S_n を a と n で表せ..

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ.