

1996 年度 京都大学 後期理系第 1 問

n は自然数とする.

(1) すべての実数 θ に対し

$$\cos n\theta = f_n(\cos\theta), \quad \sin n\theta = g_n(\cos\theta)\sin\theta$$

をみたし, 係数がともにすべて整数である n 次式 $f_n(x)$ と $n-1$ 次式 $g_n(x)$ が存在することを示せ.

(2) $f_n'(x) = ng_n(x)$ であることを示せ.

(3) p を 3 以上の素数とすると, $f_p(x)$ の $p-1$ 次以下の係数はすべて p で割り切れることを示せ.