

2013 年度 東京大学 理系第 5 問

次の命題 P を証明したい.

命題 P 次の条件(a), (b)をともに満たす自然数 (1 以上の整数) A が存在する.

(a) A は連続する 3 つの自然数の積である.

(b) A を 10 進法であらわしたとき, 1 が連続して 99 回以上現れるところがある.

以下の問いに答えよ.

(1)  $y$  を自然数とする. このとき不等式

$$x^3 + 3yx^2 < (x + y - 1)(x + y)(x + y + 1) < x^3 + (3y + 1)x^2$$

が成り立つような正の実数  $x$  の範囲を求めよ.

(2) 命題 P を証明せよ.