

1998 年度 早稲田大学理工学部 第 5 問

放物線  $C: y = \frac{x^2}{2}$  とその焦点  $F\left(0, \frac{1}{2}\right)$  を考える. このとき次の間に答えよ.

(i)  $C$  上の点  $P(u, v)$  ( $u > 0$ ) における  $C$  の接線  $l$  と  $x$  軸との交点を  $T$  とする. 線分  $PT$  と線分  $FT$  は直交することを示せ.

(ii) 線分  $FT$  の長さを求めよ.

(iii)  $\frac{d}{dx} \log(x + \sqrt{1 + x^2})$  を求めよ.

(iv) 放物線  $C$  の,  $x = 0$  から  $x = u$  までの長さを  $s(u)$  とする. また, 点  $P$  からの距離が  $s(u)$  となる  $l$  上の点のうちで,  $T$  に近い方の点を  $Q$  とする. このとき, 線分  $QT$  の長さを求めよ.

(v)  $C$  が  $x$  軸に接しながら, すべらないように右の方に傾いていくとき, 焦点  $F$  の軌跡を求めよ.