

2018年 東京大学 理系第6問

座標空間内の4点 $O(0,0,0)$, $A(1,0,0)$, $B(1,1,0)$, $C(1,1,1)$ を考える.

$\frac{1}{2} < r < 1$ とする. 点 P が線分 OA , AB , BC 上を動くときに点 P を中心とする

半径 r の球 (内部を含む) が通過する部分を, それぞれ V_1 , V_2 , V_3 とする.

(1) 平面 $y = t$ が V_1 , V_3 双方と共有点をもつような t の範囲を与えよ. さらに, この

範囲の t に対し, 平面 $y = t$ と V_1 の共通部分および, 平面 $y = t$ と V_3 の共通部分

を同一平面上に図示せよ.

(2) V_1 と V_3 の共通部分が V_2 に含まれるための r についての条件を求めよ.

(3) r は(2)の条件をみたすとする. V_1 の体積を S とし, V_1 と V_2 の共通部分の体積を

T とする. V_1 , V_2 , V_3 を合わせて得られる立体 V の体積を S と T を用いて表せ.

(4) ひきつづき r は(2)の条件をみたすとする. S と T を求め, V の体積を決定せよ.