

2018年 東京大学 理系第3問

放物線  $y = x^2$  のうち  $-1 \leq x \leq 1$  をみたす部分を  $C$  とする。座標平面上の原点  $O$  と

点  $A(1,0)$  を考える。  $k > 0$  を実数とする。点  $P$  が  $C$  上を動き、点  $Q$  が線分  $OA$  上を動くとき、

$$\overrightarrow{OR} = \frac{1}{k}\overrightarrow{OP} + k\overrightarrow{OQ}$$

をみたす点  $R$  が動く領域の面積を  $S(k)$  とする。

$S(k)$  および  $\lim_{k \rightarrow +0} S(k)$ ,  $\lim_{k \rightarrow \infty} S(k)$  を求めよ。