【微分法 differentiation 多項式編】

多項式において微分法のおおまかな計算方法に慣れておこう．

分析する

微分法は二人の偉大な数学者によって，全く独立に，しかし同時に考え出されたものである．

元の関数に対して微分された関数のことを**導関数**という．

☆微分とは

☆微分の記法

(1) ラグランジュの記法

一次導関数　$f'(x)$

二次導関数　$f''(x)$

n 次導関数

(2) ライプニッツの記法

一次導関数　$\frac{\mathrm{dy}}{dx}$，　$x=a$のときは　$\left.\frac{\mathrm{dy}}{dx}\right|_{x=a}$，　$\frac{\mathrm{dy}}{dx}(a)$

二次導関数　$\frac{\mathrm{d^2y}}{dx^2}$

n 次導関数

(3) オイラー　　の記法

一次導関数　$D_x y$，Dy，$D_x f$，Df

二次導関数　$D^2 f$

n 次導関数

(4) ニュートン　の記法

一次導関数　$\dot{x}$

二次導関数　$\ddot{x}$

ジョゼフ＝ルイ・ラグランジュ（Joseph-Louis Lagrange）はイタリアのトリノで生まれフランスで活動した数学者，天文学者である　オイラーと並んで 18 世紀最大の数学者といわれている　彼の初期の業績は，微分積分学の物理学，特に力学への応用である　その後さらに力学を一般化して，最小作用の原理に基づく，解析力学（ラグランジュ力学）をつくり出した　ラグランジュの『解析力学』はラプラスの『天体力学』と共に 18 世紀末の古典的著作となった

ゴットフリート・ヴィルヘルム・ライプニッツ（Gottfried Wilhelm Leibniz）はドイツ　ライプツィヒ生まれの哲学者，数学者　　ルネ　デカルトやバールーフ　デ　スピノザなどとともに近世の大陸合理主義を代表する哲学者である　主著は，『モナドロジー』，『形而上学叙説』，『人間知性新論』など

レオンハルト・オイラー（Leonhard Euler）は数学者，物理学者であり，天文学者（天体物理学者）である　18 世紀最大最高の数学者である　18 世紀の数学の中心となり，続く 19 世紀の厳密化　抽象化時代の礎を築いた　スイスのバーゼルに生まれ，現在のロシアのサンクトペテルブルクにて死去した

サー・アイザック・ニュートン（Sir Isaac Newton）はイングランドの自然哲学者，数学者，物理学者，神学者　ニュートン力学を確立し，古典力学や近代物理学の祖となった　古典力学は自然科学　工学　技術の分野の基礎となるものであり，近代科学文明の成立に影響を与えた

☆微分の基本

定理

（1）　$(c)' = 0$　（c は定数）

（2）　$\{\mathrm{k}f(x)\}' = \mathrm{k}f'(x)$　（k は定数）

⑶　$\{f(x) \pm g(x)\}' = f'(x) \pm g'(x)$　（複合同順）

（4）　$\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

（5）　$\left\{\frac{f(x)}{g(x)}\right\}' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

公式

$y = x^n \Rightarrow y' = nx^{n-1}$

$y = (ax+b)^n \Rightarrow y' = na(ax+b)^{n-1}$

※合成関数の微分　$y = f\bigl(g(x)\bigr) \Rightarrow y' = f'\bigl(g(x)\bigr)g'(x)$

☆中間値の定理

☆接線の方程式

接線の傾き

接線の方程式

※ $\boxed{\text{接点 T}}$

接線を扱う時は，原則として接点 T（ t, $f(t)$ ）を基準にする．

☆関数の増減

常に$f'(x)>0$　…

常に$f'(x)<0$　…

☆グラフの凹凸に関する定理

曲線$y=f(x)$のグラフは

　　$f''(x)>0$となる区間では下に凸

　　$f''(x)<0$となる区間では上に凸

である．

$f''(x)$の符号，すなわちグラフの凹凸が入れかわる点を**変曲点**という．

※　多項式における極値について

極大：

極小：

☆解を調べる

定数分離

特に定数が単独で混じっている時は定数だけを分離する（※axとか変数も一緒なのは注意）

☆不等式の証明に利用

うまい証明方法がわからないときは微分で強引にやる．

☆3 次関数の特徴

・接線と連立した時の因数分解　→　アタマとケツ

・概形

・立方完成

・接線の本数

※玉すだれ理論※（ちょっと応用）