

## 【図形の取扱説明書】

初等幾何学と解析幾何学を学び、図形の適切な処理方法を学ぼう。

### ☆中学レベルの復習

・対頂角，同位角，錯角

・三角形の内角と外角，二等辺三角形の性質，三平方の定理

・三角形の合同条件

i) 3 辺相等

ii) 2 辺夾角相等

iii) 2 角夾辺相等

※ 「2 辺とはさまない角」「2 角とはさなまい辺」について

・三角形の相似条件

i) 3 辺の比が等しい

ii) 2 辺の比と夾角が等しい

iii) 2 角（つまり 3 角とも）が等しい

・中点連結定理，平行線と相似な三角形

・円周角の定理

## ☆高校レベルの平面幾何の定理

- ・メネラウスの定理

- ・チェバの定理

- ・中線定理

- ・接弦定理

- ・方べきの定理

- ・トレミーの定理

## ☆三角形の5心

・重心 作図法：

・内心 作図法：

・外心 作図法：

・垂心 作図法：

・傍心 作図法：

## ☆円すいへの算数的なアプローチ

### ☆三角形の面積と辺の比

・底辺の長さの比 = 面積比 ← 高さが等しい時

・辺の長さの比の2乗 = 面積比 ← 相似な図形の時

(応用)

・内分×内分 = 面積比

### ☆三角錐の体積と辺の比

・底面積の比 = 体積比 ← 高さが等しい時

・辺の長さの比の3乗 = 体積比 ← 相似な図形の時

(応用)

・内分×内分×内分 = 体積比 ← 相似な図形の時

☆正四面体にまつわるエトセトラ

## ☆座標の導入

座標のメリット：図形を計算で扱える！
--------------------

## ① 点

- ・ 分点の公式

- ・ 点と点の距離

## ② 直線

- ・ 直線の式

一般形

標準形

切片形

それぞれの違いは？

一般形は場合分け要らずだが、すぐに図形と結びつかない。

標準形はすぐに形状がわかるが、一応場合分けが要る。

切片形は、切片が知りたい（切片がわかっている）ときのみ非常に便利。

③ 円

- ・ 原点中心の円

半径  $r$

- ・ 一般の円

中心  $(a, b)$  半径  $r$

標準形

一般形

- ・ 円の接線の式

※円の極線

④ 平面

- ・ 平面の式

⑤ 球

- ・ 球面の式

☆ 図形同士の関係を調べる = 交点（共有点）を求める

点と直線の距離の公式  $d =$

- ・ 交点とは何か

交点 = \_\_\_\_\_

問題によって、図形的に処理するか連立方程式として処理するかを判断する。

- ・ 直線と直線

- ・ 直線と円

- ・ 円と円



※応用※

- ・ 曲線束（直線束と円束）

『直線束』

『円束』

おまけ

- ・ 座標による三角形の面積公式

$S =$

これは1頂点が原点にあるときの公式

3頂点とも原点にないときは、1点を原点へ平行移動するか、1点を始点として2本のベクトルで考える。

## ☆ 軌跡

- ・ 基本的な考え方

動点の座標を文字でおく.  
条件の通りに式を作る.  
動点の文字に対して整理する.

例) 点  $A(4,0)$   $B(7,3)$  からの距離が等しい点の軌跡

例) 点  $(a,b)$  からの距離が  $r$  の点の軌跡

- ・ アポロニウスの円

点  $A, B$  を  $m:n (m \neq n)$  に分ける点の軌跡は円になる.

直径の両端は  $A, B$  の内分点と外分点

例) 点  $A(3,0)$   $B(0,0)$  について  $AP:BP=2:1$  となる点  $P(x,y)$  の軌跡を求めよ.

※応用

☆ファクシミリの原理

☆軸を追加してイメージするけどやっぱり軸は要らない

## ☆順像法と逆像法（順手流と逆手流）

## ☆領域の捉え方（上下か正負か）

### ① 上下で考える

メリット

Cが標準形で与えられた単純な図形なら，すぐに領域がわかる．

デメリット

Cが一般形で与えられた複雑な図形だと，上なのか下なのかよくわからない．

### ② 正負で考える

メリット

Cが複雑な図形でも，正しく調べられる．

デメリット

標準形ではなく一般形で考えねばならない．

### ③ 隣接領域

隣接した領域では必ず正領域と負領域は入れ替わる．

④ 線形計画法

1次不等式の条件に対する1次関数の最大（最小）問題

視覚化すれば、簡単！（条件を領域として図示）

※円に帰着するなど簡単な二次の条件でも似た操作で最大最小を求められることがある。