【三角比と三角関数】

作業手順を身体に叩き込み，本質を理解しよう．

・ 度とラジアンの関係

$180° = \pi[\mathrm{rad}]$

※何故，一周 360° ？

・ 半径 r，中心角 θ の扇形 OAB について

弧 AB の長さ $l =$

扇形 OAB の面積 $S =$

☆三角比と三角関数

・三角比　　…… 比（分数）

・三角関数　…… 数値（座標）

※角度を使わないなら、マクローリン展開を使っても表現できる．
（ただし高校生には不要なのでここでは扱わない）

・ 三角関数の関係

$$tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta}$$

$$sin^2\theta + cos^2\theta = 1$$

$$1 + tan^2\theta = \frac{1}{cos^2 x}$$

・ 三角関数の性質

$\sin(-\theta) = -sin\theta$， $\cos(-\theta) = cos\theta$， $\tan(-\theta) = -tan\theta$

$\sin(\theta \pm \pi) = -sin\theta$， $\cos(\theta \pm \pi) = -cos\theta$， $\tan(\theta \pm \pi) = tan\theta$

$\sin\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm cos\theta$， $\cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp sin\theta$

・ 正弦定理

・ 余弦定理

・加法定理

$$\cos(\alpha \pm \beta) = cos\alpha cos\beta \mp sin\alpha sin\beta$$
$$\sin(\alpha \pm \beta) = sin\alpha cos\beta \pm cos\alpha sin\beta$$
$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{tan\alpha \pm tan\beta}{1 \mp tan\alpha tan\beta}$$

※証明は単位円上の 2 点と原点で三角形を作り余弦定理を使えばできる．
東大の入試で出たことがあるので定理の大切さの例としてよく取り上げられる．
面倒なだけで，地道にやればできる．（難関大受験生はやっておこう）

・倍角・半角の公式

$$sin2\alpha = 2sin\alpha cos\alpha$$
$$cos2\alpha = cos^2\alpha - sin^2\alpha = 2cos^2\alpha - 1 = 1 - 2sin^2\alpha$$
$$tan2\alpha = \frac{2tan\alpha}{1-tan^2\alpha}$$
$$cos^2\alpha = \frac{1 + cos2\alpha}{2}$$
$$sin^2\alpha = \frac{1 - cos2\alpha}{2}$$

・三角関数の合成

$a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}\sin(x+\alpha)$　ただし、$\cos\alpha = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \sin\alpha = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

・ 積和・和積の公式（覚えるな！　加法定理から「和→積」で作る）

積←和の公式

$$sin\alpha\ cos\beta=\frac{1}{2}\left(sin(\alpha+\beta)+sin(\alpha-\beta)\right)$$

$$cos\alpha\ sin\beta=\frac{1}{2}\left(sin(\alpha+\beta)-sin(\alpha-\beta)\right)$$

$$cos\alpha\ cos\beta=\frac{1}{2}\left(cos(\alpha+\beta)+cos(\alpha-\beta)\right)$$

$$sin\alpha\ sin\beta=\frac{1}{2}\left(cos(\alpha-\beta)-cos(\alpha+\beta)\right)=-\frac{1}{2}\left(cos(\alpha+\beta)-cos(\alpha-\beta)\right)$$

和←積の公式

$$sinA+sinB=2sin\frac{A+B}{2}cos\frac{A-B}{2}$$

$$sinA-sinB=2cos\frac{A+B}{2}sin\frac{A-B}{2}$$

$$cosA+cosB=2cos\frac{A+B}{2}cos\frac{A-B}{2}$$

$$cosA-cosB=-2sin\frac{A+B}{2}sin\frac{A-B}{2}$$

☆直線の傾き

☆三角関数を含む方程式と不等式

<三角関数の π ずれ直し>

①

②

③

④

⑤

⑥

⑦

⑧

☆黄金比　（ golden ratio ）

:

・貴金属数

第n金属数　$\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}$　連分数表示　$n+\cfrac{1}{n+\cfrac{1}{n+\cfrac{1}{n+\ddots}}}$

第1金属数＝黄金数（1：黄金数　黄金比）

第2金属数＝白銀数（1：白銀数　白銀比）

※$1:\sqrt{2}$のことも白銀比と呼ぶ．紙の寸法．日本では古来から美しい比とされていて大和比とも呼ぶ．

・黄金分割

・フィボナッチ数列との関連