

## 【式と証明・複素数と方程式】

式変形と証明手順の基本, 整式の扱い, 複素数の意味まで確認し, 01 講と 02 講で式の扱いの基本は終了です.

### ☆式の種類

- ・ 式, 単項式, 多項式, 整式

- ・ 等式, 不等式

- ・ 方程式

- ・ 条件不等式

- ・ 式を解く

## ☆等式の式変形

- ・ 確認事項

- ・ 大前提

- ・ 両辺に掛け算と割り算

(無駄知識)  $\div$  記号は世界共通ではない.

- ・ 両辺を 2 乗

- ・ 両辺の平方根

・基本手順「

」

・注意事項「

」

その式が真なら

偽なら

☆特殊な式の扱い

- ・対称式

・交代式

- ・相反方程式

- ・複二次式

※三次以上の方程式を解く問題

・同次式 (齊次式)

## ☆不等式の式変形

- ・ 確認事項

- ・ 大前提

- ・ 両辺に掛け算と割り算

- ・ 両辺を 2 乗

- ・ 両辺の平方根

- ・ 基本手順 「」

## ・不等式の証明 まとめ

・有名絶対不等式の利用

・微分して（増減調べて，グラフを描いて）符号調べ

・変数がないので微分できない！……同じ数値部分を変数とみなして関数化して増減調べてから数値代入

・複数の未知数を含む整式……式変形（因数分解など） 順番に処理（平方完成など）  
対称性利用 条件式を利用して斉次式に

・平均値の定理

・自然数……帰納法

☆等式, 不等式の足し算と引き算

・原則「」

・等式の場合

・不等式の場合

## ☆等式, 不等式の掛け算と割り算

・「0で解く」 まとめ

$$\textcircled{1} f \cdot g = 0$$

$$\textcircled{2} \frac{f}{g} = 0$$

$$\textcircled{3} f \cdot g \geq 0$$

$$\textcircled{4} \frac{f}{g} \geq 0$$

## ☆重要な同値変形

## ☆命題を証明する

- ・ 命題に関する論理

- ・ 命題とは

- ・ 否定

- ・ 逆, 裏, 対偶

- ・ 対偶法

- ・ 背理法

- ・ 行きは必要性, 帰りは十分性

- ・ 自然数……帰納法

## ☆恒等式

・恒等式とは「 $A = B$ 」等式

・恒等式を解く

(1) 「 $A = B$ 」

(2) 「 $A = B$ 」

## ☆絶対不等式

・絶対不等式とは「 $A \geq B$ 」不等式

相加相乗, コーシーシュワルツ, イェンセン (凸関数), チェビシエフ (確率論じゃない方) など題材は豊富.

・ (二乗平均平方根と) 相加平均と相乗平均 (と調和平均) の大小関係

AM-GM Inequality /  $AM \geq GM$

・公式として使って良いか?

・確認事項

2変数

3変数

$n$ 変数

- ・二乗平均平方根や調和平均について

$$\text{RMS} \geq \text{AM} \geq \text{GM} \geq \text{HM}$$

二乗平均平方根 = root mean square = RMS

相加平均 = arithmetic mean = AM

相乗平均 = geometric mean = GM

調和平均 = harmonic mean = HM

- ・コーシーシュワルツの不等式 ( $\Sigma$  Ver. と  $\int$  Ver.)

## Cauchy–Schwarz Inequality

- ・流れを覚えてヒントとして利用



- ・ 三角不等式 (三角形の成立条件…複素数, ベクトルへ拡張)

## Triangle Inequality

- ・ 当たり前の事実として利用

- ・凸関数（下に凸）についての，イェンセンの不等式

## Jensen's Inequality

- ・イメージを直感的に理解しておいてヒントにする

- ・ 並べ替えの不等式

## Rearrangement Inequality

- ・ 意味を理解しておいて証明のポイントのみ押さえる

- ・ 単調数列についての, チェビシエフの和の不等式

## Chebyshev's Sum Inequality

- ・ 意味を理解しておいて証明のポイントのみ押さえる

## ☆整式の除法

- ・ 因数定理

- ・ 剰余定理

- ・  $f(x)$  を  $g(x)$  で割る

## ☆方程式の解の扱い

- ・ 解と係数の関係（二次方程式）

- ・ 解と係数の関係（三次方程式）

・後ろから前から（因数分解）

i)

ii)

☆虚数解～そして複素数平面へ

・複素数の図形的意味づけ

(1)複素数と平面座標との対応

(2)複素数とベクトルとの対応

(3)複素数と極座標との対応

(4)回転と拡大縮小

・  $z^n = 1$  「

方程式」の図形的意味