

【数と式・二次関数】

まず、計算の基本、記号の扱いから始めて、一次二次の方程式不等式、グラフの扱いまで確認しよう。

☆計算規則の確認

・計算の順番

- ・交換法則
- ・結合法則

- ・分配法則
- ・指数法則

・階乗

- ・ $A!$: A の階乗 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots A$ の積

※ $0!$ は? ...

・絶対値

・ガウス記号

- ・ ルート
- ・ 二重根号のはずし方

・ 根号いろいろ

・ 有理化

☆循環小数

① $0.2525\cdots =$

② $0.114514114514\cdots =$

③ $0.02525\cdots =$

④ $0.00893893\cdots =$

☆因数分解の手順

1つの文字に注目して次数の順にまとめ直し、公式などを用いて因数分解。

- ・展開と因数分解の公式

☆受験で使う数学記号と使わない数学記号

- ・数の分類について ○使う

・集合の記号

・ $x \in S$: x は集合 S の元 (要は x は S に属するという事) ○使う

否定は \notin

(例) x は実数 …

y は整数でない …

・ 集合 S, T について ○使う

$S \cap T$: 共通部分 (S かつ T)

$S \cup T$: 和集合 (S または T)

$S \subset T$ ($S \subseteq T$) : 包含 (S は T の部分集合, S は T に含まれる)

\bar{S} : 補集合 (S でない)

ドモルガンの法則

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} \quad \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B} \quad \overline{A \cup B \cup C} = \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} \quad \overline{A \cap B \cap C} = \bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}$$

・論理記号

・ $\forall x$: 全ての x について 全称記号 ×使わない

・ $\exists x$: ある x について 存在記号 ×使わない

・ 命題 P, Q について

$P \wedge Q$: 論理積 (P かつ Q) ×使わない

$P \vee Q$: 論理和 (P または Q) ×使わない

$P \Rightarrow Q$: 包含 (P ならば Q) ○使う

$P \Leftarrow Q$: 包含 (Q ならば P) ○使う

$P \Leftrightarrow Q$: 包含 ○使う 強調したい時に使い、
(「 P ならば Q 」かつ「 Q ならば P 」) ただの式変形には使わない

・証明について

(証明) : 証明開始 ○使う 記号で書かずに日本語で書こう

∴ : 結論 (ゆえに) △使っても良い 受験でよく使うガラパゴス記号

∵ : 理由 (なぜなら) △使っても良い 受験でよく使うガラパゴス記号

■ : 証明終了 ○使う ハルモス記号という

// : 証明終了 ○使う よく見かける

Q.E.D. : 証明終了 △使っても良い 古臭い記号「だがそれが良い!」という人はどうぞ

ラテン語 Quod Erat Demonstrandum (=that which was to be demonstrated):証明されるべきであったもの

☆二次方程式

どうでもいいようで大切なことを一つ. $y = f(x)$ は x の方程式じゃないよ. $f(x) = 0$ は x の方程式だよ.

- ・ 解の公式

- ・ 二次方程式が解を持つ条件

☆関数とグラフと私

- ・ グラフの最低限
- ・ 一次関数のグラフ
- ・ 二次関数のグラフは判別式で判断

- 一般形と標準形

- 一般形 …… 見た目スッキリ でも グラフ描きづらい

- 標準形 …… 見た目ゴチャゴチャ でも グラフ描きやすい

- 特殊な形 …… 見た目ヘンテコ でも 時々とても便利

直線の切片形

二次（以上の）関数の因数分解形（切片形）

- ・ グラフの移動

- ・ 平行移動 $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$

- ・ 対称移動

- ・ x 軸対称

- ・ y 軸対称

- ・ 原点对称

☆変域による場合分け

原則は排反 (互いにダブらない)

ルールを決めて場合分け

①

②

③

例)

☆一次関数と二次関数のグラフ利用

- ・一次関数の最大値と最小値 … 単調なグラフ

定義域の端点に Max と Min が登場

- ・二次関数の最大値と最小値 … 単調でないグラフ

①定義域から探る（グラフは固定）

i)

ii)①

ii)②

iii)

②グラフから探る（定義域は固定）

i)

ii)①

ii)②

iii)

・二次方程式の解の配置

グラフを描いて調べる

①

②

③

二次の係数が正の二次関数 $y = f(x)$ について

例 1) $f(x) = 0$ が $0 < x < 5$ に異なる 2 つの実数解を持つ

①

②

③

例 2) $f(x) = 0$ が $x \geq 0$ に少なくとも 1 つ実数解を持つ

☆2変数関数における最大値と最小値

「 法 」

以下の z の最大値と最小値を求めよ.

例題1) $z = 6x^2 + 6xy + 3y^2 - 6x - 4y + 3$ とする.

例題2) $z = xy + 2x + y - 1$ ($-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$) とする.

☆不等式のグラフ上での扱い (1変数)

- ・ 一次不等式

- ・ 二次不等式

- ・ 連立不等式