難問へのアプローチの実際

論理手続きを言語化　→　思いつきやひらめきだけに頼らない

問題文を読む

- 与えられた文字を確認
- 問われていることは何か
- 同値変形してわかりやすくできないか
- グラフに帰着できないか

値を求める

- そのまま素直に計算する
- 計算が煩雑なら　　文字を置換する
  - 現象そのものを置換する
  - ベクトル・行列・複素数など固有の計算処理を行う

与条件を示す

- 出発点を明確にする　　文字の定義域（$x \in \mathbb{R}$など隠れた条件も含む）
  - 与えられた特殊な条件
- 同値で押すか
- $\forall x$ならまず必要性を調べる
- $\exists x$なら写像ととらえて逆像法（逆手流）
- 集合を考えて視覚的にとらえる

手がかりを探る

- 具体値で実験する
- 問題の特殊性を探る
  - 対称性に着目　　文字の配置・次数
    - グラフの点対称・線対称
  - 同値変形を試みる　　よりシンプルに
    - 問題・現象そのもののすり替え（違う分野で考える）
    - 複数の条件に分解する「A」$\Leftrightarrow$「$p \land q \land r \cdots$」
  - 小問の誘導の意味を考える
- 経験した類題との結びつきを探る
- 関連分野の基本公式を一応すべて考慮する

情報を整理する

- 解法が見えてきたら
  - 段階ごとの大雑把な枠組みをイメージする
    - 情報量が少なければ　→　そのまま答案を作り始める
    - 情報量が多ければ　　→　粗筋をメモする
- 常に情報の階層構造を意識する
- 同値変形は確実に　「そう言えるか」　を意識する
  - 「場合分けは発生しないか」　を検討する
- 同値を崩すときは　「なぜ崩すのか」と「一方通行で戻れないこと」を意識する

答案を作成する

- 解答の流れがイメージできていることを確認

  ↓　書き始める
- 利用する条件式には番号を付ける
  - 与式　（＊），（＊＊），…
  - 自分で作った式　①，②，…
- 利用するグラフには番号を付ける
  - [図 1]，[図 2]，…
- 利用する命題には番号を付ける
  - A，B，…

答案を見直す

- 結論の十分性を確認する（求値問題）
- 結論およびすべての式変形において場合分けを再吟味する
- 問いに対する答になっているかを形式的にチェックする
  - 使用した文字，条件…